

事件触发控制下具有时滞和干扰的多智能体系统 固定时间二部一致性*

魏小杰, 蒋海军[†], 于志永

(新疆大学 数学与系统科学学院, 新疆 乌鲁木齐 830046)

摘要: 本文研究了具有时滞和未知干扰的多智能体系统固定时间二部一致性问题. 首先, 设计了一个固定时间事件触发控制器; 然后, 利用代数图理论、固定时间稳定性理论和集值李导数, 证明系统在控制协议下能够在固定时间内实现二部一致. 此外, 证明了系统在提出的事件触发算法下不会产生 Zeno 现象; 最后, 通过两个数值例子验证了理论分析的正确性.

关键词: 多智能体系统; 事件触发; 固定时间二部一致性; 时滞

DOI: 10.13568/j.cnki.651094.651316.2020.10.08.0003

中图分类号: O231.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096-7675(2021)06-0641-014

引文格式: 魏小杰, 蒋海军, 于志永. 事件触发控制下具有时滞和干扰的多智能体系统固定时间二部一致性[J]. 新疆大学学报(自然科学版)(中英文), 2021, 38(6): 641-654.

0 引言

多智能体系统 (MASs) 是近几十年来分布式人工智能发展的重要分支, 可以用于解决复杂的实际问题^[1-2]. 一致性作为 MASs 中有代表性的群体行为^[3], 是指所有智能体在适当的控制协议下达到相同的状态. 在实际应用中, 系统中可能同时存在竞争和合作的行为, 例如多机器人团队运动比赛等^[4-5]. 因此文献 [6] 研究了具有拮抗行为的 MASs 二部一致性.

在一致性研究中, 收敛速度是衡量一致性行为的重要指标. 与渐进收敛性相比, 固定时间收敛性更加符合实际应用. 因此, 基于文献 [7] 中给出的固定时间稳定性理论, 通过设计连续的控制协议, 文献 [8] 研究了系统的有限时间和固定时间二部一致性. 为了减少控制过程中的能源消耗, 文献 [9] 提出了事件触发控制方法. 在文献 [10] 中, 通过设计事件触发控制算法研究了具有时滞和外部干扰的 MASs 固定时间一致性. 然而, 很少有学者研究事件触发控制协议下具有时滞和干扰的 MASs 二部一致性.

本文的主要内容总结如下: (1) 基于事件触发控制方法设计了具有时滞和干扰的 MASs 分布式控制协议. (2) 运用代数图理论、固定时间稳定性理论, 给出 MASs 实现二部一致的相关准则. (3) 为了避免符号函数在控制中产生的抖振现象, 设计了具有饱和函数的事件触发控制协议, 并证明系统在提出的两个控制协议下不会产生 Zeno 行为.

1 模型建立及预备知识

在本文中, R^N 和 $R^{N \times M}$ 分别表示 N 维实数向量空间和 $N \times M$ 维实数矩阵空间. 对于实对称矩阵 G , $G > 0$ (或 $G < 0$) 表示 G 是正定(或负定)矩阵, G^T 表示矩阵 G 的转置. $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数. $\|\cdot\|$ 表示向量的2-范数或矩阵的2-范数, $|\cdot|$ 表示向量的1-范数或标量的绝对值.

考虑由 M 个智能体组成的网络. 其中网络拓扑由无向符号图 \mathcal{G} 表示, \mathcal{G} 是一个三元组 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$, 其中 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ 是节点集, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 是边集, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in R^{M \times M}$ 是邻接矩阵. 若 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$, v_i 和 v_j 互为邻居, 则 $a_{ij} \neq 0$ 并且记 v_i 的邻居节点集为 $\mathcal{N}_i = \{j : (v_j, v_i) \in \mathcal{E}\}$. 假设网络拓扑 \mathcal{G} 是无向的且不含有自环, 则有 $a_{ij} = a_{ji}$, $a_{ii} = 0$ ($i, j = 1, 2, \dots, M$). 记节点的度矩阵为 $\mathcal{H} = \text{diag}(h_1, h_2, \dots, h_M)$, $h_i = \sum_{j=1, j \neq i}^M |a_{ij}|$. 定义拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L} = [l_{ij}] \in R^{M \times M}$ 为 $\mathcal{L} = \mathcal{H} - \mathcal{A}$. \mathcal{L} 的元素表示如下

* 收稿日期: 2020-10-08

基金项目: 天山青年项目(2018Q068); 天山雪松项目(2018XS02).

作者简介: 魏小杰(1995-), 男, 硕士生, 从事多智能体系统分布式协同控制的研究, E-mail: weixiaostong@163.com.

[†] 通讯作者: 蒋海军(1968-), 男, 博士, 教授, E-mail: jianghaijunxj@126.com.

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq j} |a_{ik}|, & j = i, \\ -a_{ij}, & j \neq i. \end{cases}$$

如果对于任意的两个节点 v_i 和 v_j 之间存在路径, 则称无向符号图 \mathcal{G} 是连通的. 如果可以将顶点集 \mathcal{V} 划分为满足条件 $\mathcal{V}_1 \cap \mathcal{V}_2 = \emptyset$ 和 $\mathcal{V}_1 \cup \mathcal{V}_2 = \mathcal{V}$ 的子集 \mathcal{V}_1 和 \mathcal{V}_2 , 并且子集 \mathcal{V}_1 (或 \mathcal{V}_2) 中的内部节点 v_i 和 v_j 之间保持合作关系, 即 $a_{ij} \geq 0$, 而子集 \mathcal{V}_1 和 \mathcal{V}_2 中的节点存在竞争关系, 即对 $\forall v_i \in \mathcal{V}_1, v_j \in \mathcal{V}_2$ 有 $a_{ij} < 0$, 则称图 \mathcal{G} 是结构平衡的. 否则, 称符号图 \mathcal{G} 是结构不平衡的.

引理1^[6] 若结构平衡符号图 \mathcal{G} 的邻接矩阵为 $\mathcal{A} \in R^{M \times M}$, 则存在一个规范变换 $U = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M)$ ($\sigma_i \in \{-1, 1\}$), 使得 UAU 的项都是非负的.

注1 在 MASs 二部一致性中, 结构平衡是网络拓扑必须满足的条件, 如果符号图 \mathcal{G} 结构不平衡, 则 MASs 会收敛到同一状态, 不会达到二部一致. 该结果也会在数值模拟中被验证.

引理2^[6] 定义一个新的拉普拉斯矩阵 \mathcal{L}_U , 其元素表示如下

$$l_{U,ij} = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq j} |a_{ik}|, & j = i, \\ -\sigma_i \sigma_j a_{ij}, & j \neq i. \end{cases}$$

则 \mathcal{L} 和 \mathcal{L}_U 有相同的特征值.

引理3^[11] 对无符号的连通无向图 $\bar{\mathcal{G}}$, 其拉普拉斯矩阵 $\bar{\mathcal{L}}$ 满足下列性质:

- (1) $s^T \bar{\mathcal{L}} s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} (s_i - s_j)^2$, 其中 $s = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T$,
- (2) $\bar{\mathcal{L}}$ 是半正定的, 假设 $\bar{\mathcal{L}}$ 的特征值从小到大依次可以排列为 $0 = \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_M$,
- (3) 若 $1^T s = 0$, 则有 $s^T \bar{\mathcal{L}} s \geq \lambda_2 s^T s$.

注2 对符号图 \mathcal{G} , 因为邻接矩阵 \mathcal{A} 既有正权重又有负权重, 则拉普拉斯矩阵 \mathcal{L} 不满足行和为零. 因此, 引理 2 定义了一个满足行和为零的新拉普拉斯矩阵 \mathcal{L}_U , 那么二部一致性问题可以转化为一般的一致性问题来解决.

设第 i 个智能体的动力系统为

$$\dot{s}_i(t) = u_i(t - \tau_i) + r_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (1)$$

其中: $s_i(t)$, $u_i(t)$, τ_i , $r_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, M$) 分别代表第 i 个智能体的状态信息, 控制输入, 时滞和未知干扰.

假设1 存在一个正的常数 \bar{r} , 使得

$$|r_i(t)| \leq \bar{r}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (2)$$

定义1 对于 MASs (1), 如果存在一个不依赖系统初始状态的有界常数 $T > 0$, 满足 $\lim_{t \rightarrow T} |s_i(t) - \sigma_i \sigma_j s_j(t)| = 0$, $i = 1, 2, \dots, M$, 且对于 $t > T$ 时, 有 $s_i(t) = \sigma_i \sigma_j s_j(t)$, 则称系统(1) 在固定时间内达到二部一致. 记 T 为停息时间估计.

引理4^[7] 对于 MASs (1), 存在一个连续的径向无界函数 $F(t)$, 满足下列不等式: $\dot{F}(s(t)) \leq -\mu F^p(s(t)) - \nu F^q(s(t))$, 其中 $\mu, \nu > 0$, $p \in (0, 1)$ 且 $q \in (1, \infty)$. 那么系统 (1) 在固定时间 $T(s)$ 内达到一致, 并且 $T(s)$ 满足 $T(s) \leq T_{\max} = \frac{1}{\mu(1-p)} + \frac{1}{\nu(q-1)}$. 此外, 若对 $F(t)$ 存在一个常数 $\omega > 0$ 满足不等式 $\dot{F}(s(t)) \leq -\mu F^p(s(t)) - \nu F^q(s(t)) + \omega$, 则称系统 (1) 达到了鲁棒固定时间一致.

引理5^[12] 对于常数 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_K \geq 0$, 有下列不等式成立

$$\sum_{i=1}^K \xi_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^K \xi_i \right)^p, \quad 0 < p \leq 1, \quad K^{1-q} \left(\sum_{i=1}^K \xi_i \right)^q \leq \sum_{i=1}^K \xi_i^q \leq \left(\sum_{i=1}^K \xi_i \right)^q, \quad 1 < q \leq \infty.$$

2 主要结论

首先, 利用事件触发控制方法, 构造第 i 个智能体的控制输入如下

$$u_i(t) = -\alpha \left(\sum_{j=1}^M |a_{ij}| (\hat{s}_i(t_k^i) - \text{sign}(a_{ij}) \hat{s}_j(t_k^i)) \right)^\gamma - \beta \text{sign} \left(\sum_{j=1}^M |a_{ij}| (\hat{s}_i(t_k^i) - \text{sign}(a_{ij}) \hat{s}_j(t_k^i)) \right), \quad (3)$$

其中: α, β 是控制增益, t_k^i ($k \in \mathbb{N}$) 是智能体 i 的第 k 次触发时刻, 且有

$$\hat{s}_i(t) = s_i(t) + \int_{t-\tau_i}^t u_i(h)dh. \quad (4)$$

为了简化 (3), 定义 $y_i(t)$ 为

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^M |a_{ij}| (\hat{s}_i(t) - \text{sign}(a_{ij}) \hat{s}_j(t)). \quad (5)$$

因此, 事件触发控制器可以简化为

$$u_i(t) = -\alpha y_i^\gamma(t_k^i) - \beta \text{sign}(y_i(t_k^i)). \quad (6)$$

定义测量误差为

$$e_i(t) = \alpha y_i^\gamma(t_k^i) + \beta \text{sign}(y_i(t_k^i)) - \alpha y_i^\gamma(t) - \beta \text{sign}(y_i(t)). \quad (7)$$

构造第 i 个智能体的触发函数为

$$g_i(t) = \|e_i(t)\| - \xi \alpha \|y_i^\gamma(t)\| - \xi \beta, \quad (8)$$

其中: $\xi \in (0, 1)$. 智能体 i 的每个触发时刻 $t_0^i, t_1^i, t_2^i, \dots$ 由触发函数 $g_i(t)$ 确定. 即, 当 $g_i(t) \geq 0$ 时, 控制器被触发并更新智能体 i 的状态信息, 然后将该信息发送到其邻居节点. 在控制器执行时, 使用的数据均为智能体的最近更新值.

定理1 对于 MASs (1), 考虑具有触发函数 (8) 的控制协议 (6), 若假设 1 成立而且网络拓扑 \mathcal{G} 是结构平衡且无向连通的有符号图, 当控制增益 α 和 β 满足

$$\alpha = b(1-\xi)^{-1} M^{\frac{\gamma-1}{2}} (2\lambda_2^{-\frac{\gamma+1}{2}}), \quad \beta = (a(2\lambda_2)^{-\frac{1}{2}} + \bar{r})(1-\xi)^{-1}, \quad (9)$$

则 MASs (1) 可以实现固定时间二部一致, 且停息时间 $T(s)$ 估计为

$$T(s) \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b(\gamma-1)} + \max(\tau_i), \quad (10)$$

其中: $a > 0, b > 0$ 是常数, $\gamma \in (1, \infty)$.

证明 构造一个新变量 $\tilde{s}_i(t) = \sigma_i \hat{s}_i(t)$.

令 $\hat{s}(t) = [\hat{s}_1(t), \hat{s}_2(t), \dots, \hat{s}_M(t)]^T$, $\tilde{s}(t) = [\tilde{s}_1(t), \tilde{s}_2(t), \dots, \tilde{s}_M(t)]^T$, 则有

$$\dot{\tilde{s}}_i(t) = \sigma_i (-\alpha y_i^\gamma(t_k^i) - \beta \text{sign}(y_i(t_k^i)) + r_i(t)). \quad (11)$$

根据引理 2 和引理 3, 有以下不等式成立

$$\lambda_2 \tilde{s}^T(t) \mathcal{L}_U \tilde{s}(t) \leq \sum_{i=1}^M y_i^2(t) \leq \lambda_M \tilde{s}^T(t) \mathcal{L}_U \tilde{s}(t), \quad (12)$$

其中: λ_2 和 λ_M 是 \mathcal{L}_U 的最小非零特征值和最大特征值.

选取 Lyapunov 函数 $V(t) = \frac{1}{2} \tilde{s}^T(t) \mathcal{L}_U \tilde{s}(t)$. 由于 (11) 的不连续性, 根据集值李导数, $V(t)$ 的导数为

$$\dot{V}(t) = \tilde{s}^T(t) \mathcal{L}_U \dot{\tilde{s}}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M |a_{ij}| (\tilde{s}_i(t) - \tilde{s}_j(t)) \dot{\tilde{s}}_i(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M |a_{ij}| (\hat{s}_i(t) - \text{sign}(a_{ij}) \hat{s}_j(t)) \dot{\hat{s}}_i(t)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\sum_{i=1}^M y_i(t)(e_i(t) + \alpha y_i^\gamma(t) + \beta \text{sign}(y_i(t)) - r_i(t)) \\
 &\leq \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| \|e_i(t)\| - \alpha \sum_{i=1}^M y_i^{\gamma+1}(t) - \beta \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| + \bar{r} \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|.
 \end{aligned} \tag{13}$$

对于 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 中, 根据触发条件可得 $\|e_i(t)\| < \xi \alpha \|y_i^\gamma(t)\| + \xi \beta$, 结合条件 (9), 可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| (\xi \alpha \|y_i^\gamma(t)\| + \xi \beta) - \alpha \sum_{i=1}^M y_i^{\gamma+1}(t) - \beta \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| + \bar{r} \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| \\
 &= -\alpha(1-\xi) \sum_{i=1}^M y_i^{\gamma+1}(t) - (\beta(1-\xi) - \bar{r}) \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| \\
 &\leq -\alpha(1-\xi) M^{\frac{1-\gamma}{2}} \left(\sum_{i=1}^M y_i^2(t)\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} - (\beta(1-\xi) - \bar{r}) \left(\sum_{i=1}^M y_i^2(t)\right)^{\frac{1}{2}} \\
 &\leq -\alpha(1-\xi) M^{\frac{1-\gamma}{2}} (2\lambda_2 V(t))^{\frac{\gamma+1}{2}} - (\beta(1-\xi) - \bar{r}) (2\lambda_2 V(t))^{\frac{1}{2}} \\
 &\leq -aV^{\frac{1}{2}}(t) - bV^{\frac{\gamma+1}{2}}(t).
 \end{aligned} \tag{14}$$

根据引理 4, 可以得到

$$\lim_{t \rightarrow T(\hat{s})} V(t) = 0. \tag{15}$$

并且停息时间 $T(\hat{s})$ 满足

$$T(\hat{s}) \leq T_{\max} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b(\gamma-1)}. \tag{16}$$

这表明当时间 $t = T(\hat{s}) \leq T_{\max}$ 时, 得到 $\lim_{t \rightarrow T(\hat{s})} \sigma_i \tilde{s}_i(t) = \sigma_j \tilde{s}_j(t)$, 同时, 当 $t \geq \frac{2}{a} + \frac{2}{b(\gamma-1)} + \tau_i$ 时, 积分项 $\int_{t-\tau_i}^t u_i(h)dh$ 会变成 0, 则得到 $\lim_{t \rightarrow T(\hat{s})} \hat{s}(t) = s(t)$ 和 $\lim_{t \rightarrow T(\hat{s})} s_i(t) = \sigma_i \sigma_j s_j(t)$. 因此系统达到固定时间二部一致, 并且有 $T(s) \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b(\gamma-1)} + \max(\tau_i)$.

注3 从定理 1 可以看出, 固定时间稳定性理论下的停息时间与系统的初始值无关. 与文献 [8] 相比, 本文创新的地方是在动力学系统中考虑了时滞和干扰的影响, 并采用了事件触发控制方法研究 MASs 的固定时间二部一致性.

下面我们证明事件触发控制器 (3) 下 MASs 不会产生 Zeno 现象.

定理2 对于 MASs (1), 若定理 1 的条件成立, 则触发函数 (8) 不会发生 Zeno 行为.

证明 由 (12) 式可得 $\sum_{i=1}^M y_i^2(t) \leq 2\lambda_M V(t) \leq 2\lambda_M V(0)$, 其中 $V(0) = \frac{1}{2} \tilde{s}^T(0) \mathcal{L}_U \tilde{s}(0)$.

进一步, 求 $e_i(t)$ 的右上导数, 可得

$$\begin{aligned}
 D^+ \|e_i(t)\| &\leq \|\dot{e}_i(t)\| \leq \|\alpha \gamma y_i^{\gamma-1}(t)\| \|\dot{y}_i(t)\| \\
 &\leq (\alpha \gamma (2\lambda_M V(0))^{\frac{\gamma-1}{2}}) \left\| \sum_{j=1}^M |a_{ij}| (\dot{\hat{s}}_i(t) - \text{sign}(a_{ij}) \dot{\hat{s}}_j(t)) \right\| \\
 &= \phi_1 \left\| \sum_{j=1}^M |a_{ij}| (u_i(t) + r_i(t) - \text{sign}(a_{ij})(u_j(t) + r_j(t))) \right\| \\
 &\leq \phi_1 \left\| \sum_{j=1}^M |a_{ij}| (u_i(t) - \text{sign}(a_{ij})u_j(t)) + 2l_{ii}\bar{r} \right\| \\
 &\leq \phi_1 (\left\| \sum_{j=1}^M l_{ij}u_j(t_{k_j}^j) \right\| + 2l_{ii}\bar{r}) = \phi_1 \phi_2(t_{k_j}^j),
 \end{aligned} \tag{17}$$

ϕ_1 和 $\phi_2(t_{k_j}^j)$ 的定义如下

$$\phi_1 = \alpha \gamma (2\lambda_M V(0))^{\frac{\gamma-1}{2}}, \tag{18}$$

$$\phi_2(t_{k_j}^j) = \left\| \sum_{j=1}^M l_{ij} (\alpha (y_j(t_{k_j}^j))^\gamma + \beta \text{sign}(y_j(t_{k_j}^j))) \right\| + 2l_{ii}\bar{r}, \quad (19)$$

其中: $t_{k_j}^j$ 是第 j 个智能体的最新触发时刻. 结合 (17) 式可得

$$\|e_i(t)\| \leq \int_{t_k^i}^t \|\dot{e}_i(h)\| dh \leq \int_{t_k^i}^t \phi_1 \phi_2(t_{k_j}^j) dh. \quad (20)$$

由触发条件 $g_i(t) \geq 0$, 有

$$\|e_i(t_{k+1}^i)\| = \xi \alpha \|y_i^\gamma(t_{k+1}^i)\| + \xi \beta \leq \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} \phi_1 \phi_2(t_{k_j}^j) dh \leq \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} \phi_1 \phi_2(0) dh. \quad (21)$$

显然有 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{\xi \beta}{\phi_1 \phi_2(0)} > 0$, 其中 $\phi_2(0) = \left| \sum_{j=1}^M l_{U,ij} (\alpha (2\lambda_M V(0))^{\frac{\gamma}{2}} + \beta) \right| + 2l_{ii}\bar{r}$. 故 Zeno 现象不会发生.

注4 在控制协议 (3) 中使用了符号函数, 当误差趋于 0 时, 控制 $u_i(t)$ 会产生振荡现象. 为了克服这一不足, 引入饱和函数进一步改进控制器 (6).

利用饱和函数, 第 i 个智能体的控制器设计成如下形式

$$\tilde{u}_i(t) = -\alpha y_i^\gamma(t_k^i) - \beta \text{sat}(y_i(t_k^i)), \quad (22)$$

其中: $\text{sat}(y) = \begin{cases} \frac{y}{\theta}, & \|y\| \leq \theta, \\ \text{sign}(y), & \|y\| > \theta, \end{cases}$ θ 是条件参数.

第 i 个智能体的测量误差和触发函数分别表示为以下形式

$$\tilde{e}_i(t) = \alpha y_i^\gamma(t_k^i) + \beta \text{sat}(y_i(t_k^i)) - \alpha y_i^\gamma(t) - \beta \text{sat}(y_i(t)), \quad (23)$$

$$\tilde{g}_i(t) = \|\tilde{e}_i(t)\| - \xi \alpha \|y_i^\gamma(t)\| - \xi \beta, \quad (24)$$

其中: α, β 是增益参数, $\xi \in (0, 1)$. 当 $\tilde{g}_i(t) \geq 0$ 时, 第 i 个智能体的控制器被触发并更新.

定理3 对于 MASs (1), 考虑具有触发函数 (24) 的控制协议 (22), 若假设 1 成立而且网络拓扑 \mathcal{G} 是结构平衡且无向连通的有符号图, 其中增益参数 α 和 β 与定理 1 相同, 则 MASs (1) 可以实现固定时间二部一致性. 此外, 系统可以避免 Zeno 现象.

证明 Lyapunov 函数为 $V(t) = \frac{1}{2} \tilde{s}^T(t) \mathcal{L}_U \tilde{s}(t)$. 其中 $\tilde{s}_i(t) = \sigma_i \hat{s}_i(t)$. 类似于定理 1 的分析可得

$$\dot{V}(t) = - \sum_{i=1}^M (y_i(t) \tilde{e}_i(t) + \alpha y_i^{\gamma+1}(t) + \beta \text{sat}(y_i(t)) y_i(t) - y_i(t) r_i(t)). \quad (25)$$

当 $\|y_i(t)\| > \theta$ 时, 分析过程与定理 1 相同. 当 $\|y_i(t)\| \leq \theta$, $\text{sat}(y_i(t)) = \frac{y_i(t)}{\theta}$, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| \|\tilde{e}_i(t)\| - \alpha \sum_{i=1}^M y_i^{\gamma+1}(t) - \frac{\beta}{\theta} \sum_{i=1}^M y_i^2(t) + \bar{r} \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| \\ &\leq \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| (\xi \alpha \|y_i^\gamma(t)\| + \xi \beta) - \alpha \sum_{i=1}^M y_i^{\gamma+1}(t) - \beta \sum_{i=1}^M y_i^2(t) + (\beta - \frac{\beta}{\theta}) \sum_{i=1}^M y_i^2(t) + \bar{r} \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\| \\ &\leq -\alpha(1-\xi) M^{\frac{1-\gamma}{2}} (2\lambda_2 V(t))^{\frac{\gamma+1}{2}} - (\beta(1-\xi) - \bar{r}) (2\lambda_2 V(t))^{\frac{1}{2}} \\ &\leq -aV^{\frac{1}{2}}(t) - bV^{\frac{\gamma+1}{2}}(t). \end{aligned} \quad (26)$$

因此, 类似于定理 1 的分析可知在固定时间内 MASs (1) 达到二部一致.

3 数值模拟

考虑由 5 个智能体组成的多智能体系统 (1), 其中结构平衡的网络拓扑如图 1 所示, 结构不平衡的网络拓扑

如图 2 所示. 图中黑线表示智能体之间的合作关系, 红线表示竞争关系.

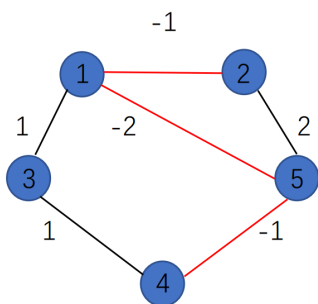


图 1 结构平衡图 G_1

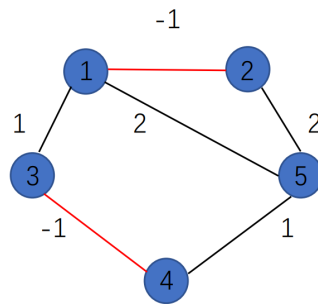


图 2 结构不平衡图 G_2

在系统 (1) 中 $\tau_i = 0.03$, $r_i(t) = 0.05\cos(t)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, 显然, 未知干扰满足 $|r_i(t)| \leq \bar{r} = 0.05$. 记图 G_1 的拉普拉斯矩阵为 \mathcal{L}_1 , 通过计算可得 \mathcal{L}_1 的特征值 $\lambda_2(\mathcal{L}_1) = 1.4914$. 分别在两个例子中考虑有符号函数和饱和函数的固定时间事件触发控制算法.

例1 (符号函数) 对 MASs (1), 考虑事件触发控制算法 (6). 其中 $\alpha = 1.1387$, $\beta = 0.8276$, $\gamma = \frac{7}{5}$, $\xi = 0.6$, 通过计算, 定理 1 的条件成立, 并且 $T_{\max} = 10$. 选取系统的初始条件为: $s_1(0) = -2$; $s_2(0) = -4$; $s_3(0) = 1$; $s_4(0) = 5$; $s_5(0) = 1$. 则 MASs (1) 的状态如图 3 所示. 每个智能体的触发时刻如图 4 所示. 显然, 系统在控制协议下能够实现二部一致.

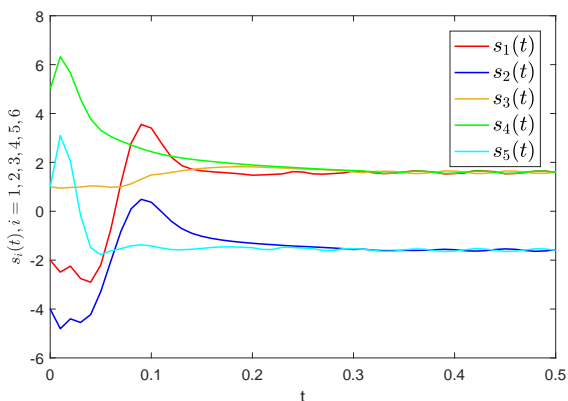


图 3 $s_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 的轨线

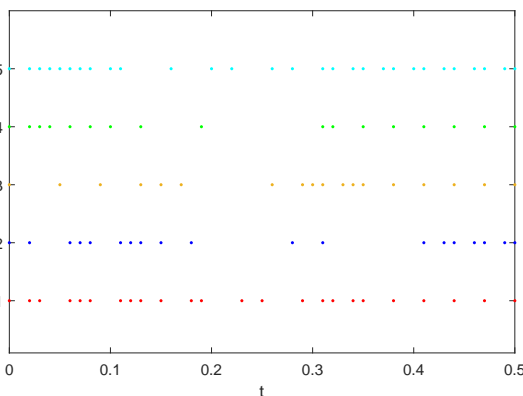


图 4 智能体在控制器 (6) 和触发函数 (8) 下的触发时刻

例2 (饱和函数) 对 MASs (1), 考虑事件触发控制算法 (22). 其中参数 $\theta = 0.01$, 其他参数取值与例 1 相同, 可以验证定理 3 的条件成立. 选取系统的初始条件为: $s_1(0) = 3$; $s_2(0) = -6$; $s_3(0) = 3$; $s_4(0) = 2$; $s_5(0) = 4$. 则 MASs (1) 的状态如图 5 所示. 每个智能体的触发时刻如图 6 所示.

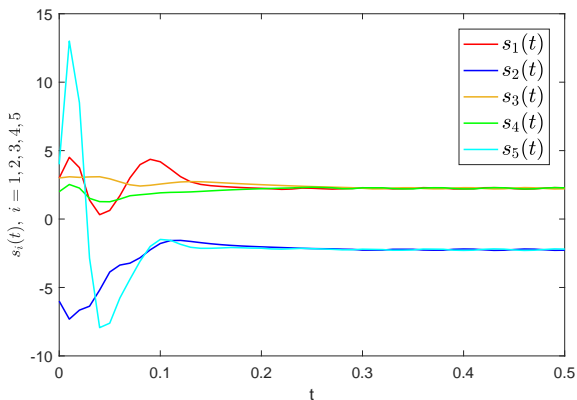


图 5 $s_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 的轨线

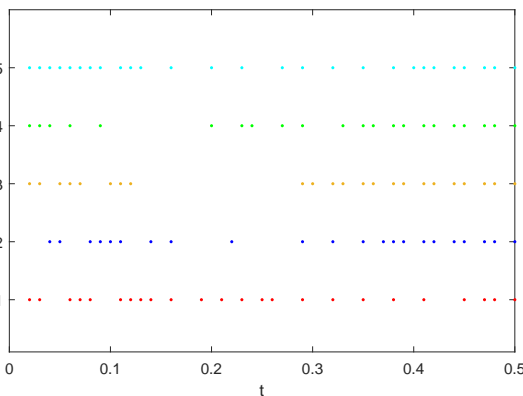


图 6 智能体在控制器 (22) 和触发函数 (24) 下的触发时刻

此外,如果网络拓扑是不平衡的(如图2所示).在控制协议(6)和(22)下,系统的状态轨迹分别如图7和图8所示,即所有智能体的状态收敛于同一个值.

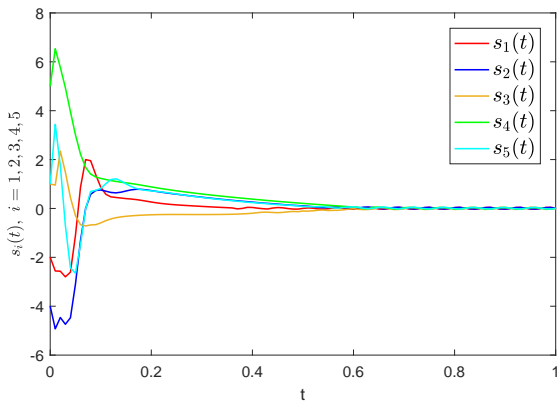


图7 控制协议(6)下 s_i ($i=1,2,3,4,5$) 的轨线

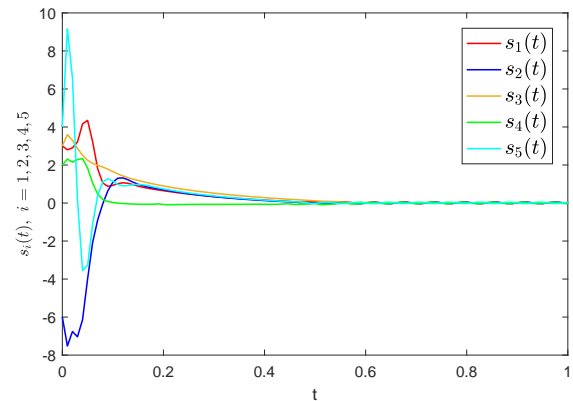


图8 控制协议(22)下 s_i ($i=1,2,3,4,5$) 的轨线

4 结论

本文基于事件触发控制方法,研究了具有时滞和未知干扰的MASs固定时间二部一致性.通过设计两种不同的控制协议,并运用固定时间稳定性理论给出MASs实现二部一致性的准则,证明了在控制协议下Zeno现象不会发生.最后,给出两个数值例子验证了协议的可行性.

参考文献:

- [1] RAHMANI A, JI M, MESBAHI M, et al. Controllability of multi-agent systems from a graph-theoretic perspective[J]. SIAM Journal on Control & Optimization, 2009, 48(1): 162–186.
- [2] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215–233.
- [3] YU Z Y, YU S Z, JIANG H J. Consensus of multi-agent systems with directed intermittent communications[J]. Journal of Xinjiang University(Natural Science Edition in Chinese and English), 2021, 38(3): 257-268+284.
- [4] SAULNIER K, SALDANA D, PROROK A, et al. Resilient flocking for mobile robot teams[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(2): 1039–1046.
- [5] JIA Y N, WANG L. Leader-follower flocking of multiple robotic fish[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015, 20(3): 1372–1383.
- [6] ALTAFINI C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(4): 935–946.
- [7] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106–2110.
- [8] LIU X Y, CAO J D, XIE C L. Finite-time and fixed-time bipartite consensus of multi-agent systems under a unified discontinuous control protocol[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356: 734–751.
- [9] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(5): 1291–1297.
- [10] LIU J, ZHANG Y L, SUN C Y, et al. Fixed-time consensus of multi-agent systems with input delay and uncertain disturbances via event-triggered control[J]. Information Sciences, 2019, 480: 261–272.
- [11] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520–1533.
- [12] ZUO Z. Nonsingular fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent networks[J]. Automatica, 2015, 54: 305–309.