

基于滑模控制的多智能体系统指定时间一致性*

李雪, 于志永[†], 蒋海军, 陈思宇

(新疆大学 数学与系统科学学院, 新疆 乌鲁木齐 830017)

摘要: 基于滑模控制理论研究了一阶多智能体系统的指定时间一致性问题. 首先, 在无向网络拓扑下设计了新型的积分滑模面并提出了新的控制协议. 利用 Lyapunov 稳定理论和不等式放缩技巧, 得到多智能体系统在指定时间内达到滑模面并实现一致的相关条件. 其次, 研究了有向拓扑上一阶多智能体系统的指定时间一致性. 最后, 给出两个数值算例来验证理论结果的有效性.

关键词: 多智能体系统; 一致性; 滑模控制; 指定时间

DOI: 10.13568/j.cnki.651094.651316.2021.10.04.0001

中图分类号: O231.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096-7675(2022)05-0542-08

引文格式: 李雪, 于志永, 蒋海军, 陈思宇. 基于滑模控制的多智能体系统指定时间一致性[J]. 新疆大学学报(自然科学版)(中英文), 2022, 39(5): 542-549.

英文引文格式: LI Xue, YU Zhiyong, JIANG Haijun, CHEN Siyu. Prescribed-time consensus of multi-agent systems with sliding mode control[J]. Journal of Xinjiang University(Natural Science Edition in Chinese and English), 2022, 39(5): 542-549.

Prescribed-Time Consensus of Multi-Agent Systems with Sliding Mode Control

LI Xue, YU Zhiyong, JIANG Haijun, CHEN Siyu

(School of Mathematics and System Sciences, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830017, China)

Abstract: In this paper, the prescribed-time consensus problem of first-order multi-agent systems(MASs) is studied based on sliding mode control theory. Firstly, a new integral sliding mode surface is designed and a new control protocol is proposed for undirected network topologies. According to the Lyapunov stability theory and the inequality technique, some conditions for the MASs to reach the sliding mode surface and achieve consensus in prescribed-time are obtained. Secondly, the prescribed-time consensus of first-order MASs on directed network topologies is investigated. Finally, two numerical examples are given to verify the validity of the theoretical results.

Key words: multi-agent systems; consensus; sliding mode control; prescribed-time

0 引言

在过去的十几年里, 受自然界中动物群体行为的启发, 人们对多智能体系统的群体行为展开了广泛的研究. 随着嵌入式计算和通信能力的提高, 以及分布式思想的提出, 多智能体系统的分布式协同控制引起了众多学者的研究兴趣. 多智能体系统的分布式协同控制广泛的应用于传感器网络^[1-2], 机器人编队控制^[3-5]等.

多智能体系统的一致性分布式协同控制中最基本的问题之一. 所谓一致性是指一组多智能体通过局部信息交流达到某些状态相同的行为, 例如位置、速度、姿态等. 在一致性研究中, 系统的收敛时间是评价一致性协议的一个重要指标. 文献 [6] 研究了有向间歇通讯下二阶多智能体系统的渐近一致性. 基于已有的渐近收敛结果, 在文献 [7-8] 中提出了有限时间收敛的一致性协议. 文献 [7] 研究了具有通信时间延迟和参数不确定性的多

* 收稿日期: 2021-10-04

基金项目: 国家自然科学基金(62003289; 62163035); 天池博士项目(TCBS201803); 天山创新团队项目(2020D14017).

作者简介: 李雪(1996-), 女, 硕士生, 从事多智能体系统一致性的研究.

[†] 通讯作者: 于志永(1991-), 男, 博士, 副教授, E-mail: yzygsts@163.com.

智能体系统有限时间主从一致性. 在文献 [8] 中, 作者提出了一种鲁棒非脆弱状态反馈的设计方法, 研究了具有随机不确定性和非线性的多智能体系统有限时间一致性. 然而, 上述工作得到的停息时间的估计依赖于系统的初始状态和控制参数, 这限制了控制协议的应用范围. 为了使停息时间的估计不依赖系统的初始状态, 研究者提出了固定时间一致性. 文献 [9] 研究了具有时滞和未知干扰的多智能体系统固定时间二部一致性. 进一步, 为了使系统在任意预给的时间内实现一致, 文献 [10-11] 研究了多智能体系统的指定时间一致性.

在文献 [10-11] 中, 作者考虑的都是理想环境下的多智能体系统一致性. 在实际应用中, 系统往往处于更加复杂的环境并且会遇到各种外部干扰. 因此, 具有外部干扰的多智能体系统一致性是一个值得关注的问题. 由于滑模控制具有对参数变化的不敏感性以及对干扰的完全抑制性等优点, 滑模控制被用来处理系统的外部干扰问题. 利用滑模控制方法, 文献 [12] 研究了有向拓扑上二阶非线性多智能体系统的有限时间一致性. 文献 [13] 分别在固定和切换拓扑下研究了具有时变时滞和干扰的高阶多智能体系统的一致性追踪问题. 利用终端滑模控制理论, 文献 [14] 研究了具有未知干扰的二阶多智能体系统的固定时间一致性问题. 在文献 [15] 中, 作者提出了新的滑模控制协议并研究了非线性随机多智能体系统的一致性追踪问题. 文献 [12-15] 都运用滑模控制理论研究多智能体系统的有限时间或固定时间的一致性, 但多智能体系统的指定时间一致性问题还未考虑. 与有限时间和固定时间一致性相比, 指定时间一致性的收敛时间可以是预先给定的任意值, 与系统初值和控制参数的设计无关. 因此, 运用滑模控制理论研究多智能体系统的指定时间一致性问题具有很大的挑战性.

本文旨在提出一种新的控制方法分别研究一般无向和有向网络上多智能体系统的指定时间一致性问题. 与已有的工作相比, 本文的贡献主要包括以下三点: (1) 与文献 [10-11] 相比, 本文考虑了具有外部干扰的多智能体系统, 该系统能够应用于更加复杂的通讯环境. (2) 基于积分滑模控制方法, 本文提出了一种新型的控制协议. 该协议克服了停息时间依赖系统初值的缺点并可以保证系统在指定时间内到达滑模面并实现一致. (3) 本文将无向网络拓扑下的结果推广到一般有向网络上, 推广了所提出的控制协议的应用范围.

1 预备知识与模型描述

为了方便, 我们先给出一些记号. \mathbb{R}^n 代表 n 维欧氏空间. \mathbf{I}_N 是 N 维单位矩阵. 对于矩阵 \mathbf{B} , \mathbf{B}^T , $\lambda_{\min}(\mathbf{B})$ 和 $\lambda_{\max}(\mathbf{B})$ 分别代表 \mathbf{B} 的转置, 最小特征值和最大特征值. 对于向量 q , $\|q\|_1$, $\|q\|$, $\|q\|_\infty$ 分别代表 q 的 1 范数, 2 范数和无穷范数. $\text{sign}(q) = [\text{sign}(q_1), \dots, \text{sign}(q_N)]^T$, $\text{sign}^\alpha(q) = [|q_1|^\alpha \text{sign}(q_1), \dots, |q_N|^\alpha \text{sign}(q_N)]^T$, 其中 $\alpha > 0$ 是一个常数, $\text{sign}(\cdot)$ 代表符号函数. 此外, \otimes 代表矩阵的 Kronecker 乘积, $\text{diag}(\cdot)$ 代表对角矩阵.

1.1 图论知识

三元组 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ 表示由 N 个节点组成的图, 其中 $\mathcal{V} = \{v_1, \dots, v_N\}$ 表示节点集, \mathcal{E} 表示边集, \mathcal{A} 表示加权邻接矩阵. 如果在 v_i 和 v_j 之间存在边, 则 $(i, j) \in \mathcal{E}$. 在加权邻接矩阵 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 中, 如果 $(j, i) \in \mathcal{E}$, 则有 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 节点 i 的邻居集表示为 $N_i = \{j \in \mathcal{V} : (j, i) \in \mathcal{E}\}$. 如果在每个节点对之间存在一条有向边, 则图 \mathcal{G} 称为有向强连通的. 图 \mathcal{G} 的 Laplacian 矩阵 $L = [l_{ij}]_{N \times N}$ 定义为 $L = \mathcal{D} - \mathcal{A}$, 其中 $\mathcal{D} = \text{diag}(d_1, \dots, d_N)$ 称为度矩阵, 且 $d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}$. 对于主从多智能体系统, 智能体之间的通讯拓扑用图 \mathcal{G} 来表示, 且跟随者之间的通讯拓扑表示为图 $\bar{\mathcal{G}}$. 领导者与第 i 个代理之间的通信权重强度用 b_i 表示. 如果第 i 个代理可以接收领导者的信息, 则 $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$. 定义 $B = \text{diag}(b_1, \dots, b_N)$.

1.2 指定时间稳定

考虑系统

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0 \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $f(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为非线性向量值函数, 且满足 $f(0) = 0$.

下面我们给出一些相关的定义和假设. 首先引入一个时变函数

$$\mu(t) = \begin{cases} \frac{T^h}{(T+t_0-t)^h}, & t \in [t_0, t_1) \\ 1, & t \in [t_1, \infty) \end{cases} \quad (2)$$

其中: $h > 1$ 是任意实数, $t_1 = t_0 + T$, $T > 0$ 是一个指定的常数. 显然, 在 $t \in [t_0, t_1)$, $\mu^{-q}(q > 0)$ 是单调递减函数,

且 $\mu(t_0)^{-q} = 1, \lim_{t \rightarrow t_1^-} \mu(t)^{-q} = 0$. 此外,

$$\dot{\mu}(t) = \begin{cases} \frac{h}{T} \mu^{1+\frac{1}{h}}(t), & t \in [t_0, t_1) \\ 0, & t \in [t_1, \infty) \end{cases} \quad (3)$$

定义 1^[14] 如果系统 (1) 的平衡点是全局一致渐近稳定的, 并且存在一个函数 $T(t_0, x_0) \geq 0$ 使得系统的解 $x(t, t_0, x_0)$ 满足 $\lim_{t \rightarrow T(t_0, x_0)} \|x(t, t_0, x_0)\| = 0$ 且对于所有的 $t \geq T(t_0, x_0)$ 有 $x(t, t_0, x_0) = 0$, 则称系统 (1) 的平衡点是全局一致有限时间稳定的, 其中函数 $T(t_0, x_0)$ 被称为停息时间.

定义 2^[10] 如果系统 (1) 的平衡点是全局一致有限时间稳定的, 且停息时间的估计 $T > 0$ 是任意给定的与初值无关的任意常数, 则称系统 (1) 的平衡点是全局指定时间稳定的.

引理 1^[10] 对于系统 (1), 如果存在一个非负连续可微函数 $V(x(t)): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 满足

$$\begin{aligned} V(0) &= 0, \quad V(x(t)) > 0, \quad x(t) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}, \\ \dot{V}(x(t)) &= -bV(x(t)) - 2\frac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}V(x(t)), \end{aligned}$$

其中: $b > 0$ 是一个正常数, 则系统 (1) 的平衡点是全局指定时间稳定的. 此外, 对于 $t \in [t_0, t_1)$ 有

$$V(x(t)) \leq \mu^{-2}(t)e^{-b(t-t_0)}V(x(t_0)),$$

并且对于 $t \in [t_1, \infty)$ 有

$$V(x(t)) \equiv 0.$$

1.3 模型描述

考虑具有一阶非线性动力学的领导跟随多智能体系统, 其动力学描述为

$$\begin{aligned} \dot{x}_0(t) &= f(x_0(t)) + w_0(t), \\ \dot{x}_i(t) &= f(x_i(t)) + u_i(t) + w_i(t), \quad t \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $x_0(t) \in \mathbb{R}^n, w_0(t) \in \mathbb{R}^n$ 分别表示领导者的状态和外部干扰, $f(x_0(t))$ 表示领导者固有的非线性动力学. $x_i(t) \in \mathbb{R}^n, u_i(t) \in \mathbb{R}^n, w_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 分别表示第 i 个跟随者的状态、控制输入和外部干扰. $f(x_i(t))$ 表示第 i 个跟随者固有的非线性动力学. 在实际系统中外部干扰一般都是未知的, 为得到更精确的收敛结果, 我们假设外部干扰是可以被测量的, 即存在 $F > 0, D > 0$ 使得 $\|w_0(t)\|_\infty \leq F < \infty, \|w_i(t)\|_\infty \leq D < \infty$.

定义 3 对于多智能体系统 (4) 的任意初值以及任意给定的正数 $T > 0$, 如果

$$\lim_{t \rightarrow T} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

成立, 则称多智能体系统 (4) 在指定时间内达到一致.

假设 1 对于非线性函数 $f(\cdot)$, 存在非负常数 ρ_1 使得

$$\|f(z_i(t)) - f(z_0(t))\| \leq \rho_1 \|z_i(t) - z_0(t)\|,$$

其中: $z_i(t), z_0(t) \in \mathbb{R}^n$.

假设 2 网络通讯拓扑 G 包含至少以一个领导者为根节点的有向生成树, 并且跟随者之间的网络通讯拓扑 \bar{G} 是无向的.

假设 3 网络通讯拓扑 G 包含至少以一个领导者为根节点的有向生成树, 并且跟随者之间的网络通讯拓扑 \bar{G} 是有向的.

2 主要结论

定义领导者与跟随者之间的误差为 $\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t)$, 其中: $i = 1, 2, \dots, N$. 进一步定义 $e_i(t) = -[\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\tilde{x}_i(t) - \tilde{x}_j(t)) + b_i(\tilde{x}_i(t))]$, 其中: $i = 1, 2, \dots, N$. 由于多智能体系统具有外部干扰, 基于滑模控制方法, 我们设计如下的积分滑模变量

$$\sigma_i(t) = \tilde{x}_i(t) - \int_0^t \left(k + \frac{\dot{\mu}_1(s)}{\mu_1(s)} \right) e_i(s) ds, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

其中: $k > 0$, $\dot{\mu}_1(t)$ 为 (3) 中定义的形式且指定时间为 $T_1 = t_1 + T$. 根据滑模控制理论, 当系统误差进入滑模面时有 $\sigma_i(t) = 0$, 并且有 $\dot{\sigma}_i(t) = 0$. 因此, 可得 $\dot{\tilde{x}}_i(t) = (k + \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1(t)})e_i(t)$. 为了方便, 在后文中 $\mu_1(t)$ 简写为 μ_1 . 为了多智能体系统 (4) 在指定时间内达到领导跟随一致, 第 i 个跟随者的控制器设计如下

$$u_i(t) = -(k + \frac{\dot{\mu}}{\mu})\sigma_i(t) - k_1 \|\tilde{x}_i(t)\| \text{sign}(\sigma_i(t)) - k_2 \text{sign}(\sigma_i(t)) + (k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e_i(t), \quad (6)$$

其中: $k, k_1, k_2 > 0$ 是待定的设计参数.

定理 1 考虑多智能体系统 (4), 若假设 1 和假设 2 成立, 且控制器 (6) 中的参数 k, k_1, k_2 满足下列条件

$$k > 0, \quad k_1 \geq \rho_1, \quad k_2 \geq D + F \quad (7)$$

则多智能体系统 (4) 在控制器 (6) 下指定时间内达到一致.

证明 对于 $t \in [0, t_1)$, 我们考虑如下 Lyapunov 函数

$$V_i(t) = \frac{1}{2} \sigma_i^T(t) \sigma_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

将 $V_i(t)$ 沿着 (5) 式求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &= \sigma_i^T(t) (\dot{\tilde{x}}_i(t) - (k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e_i(t)) \\ &= \sigma_i^T(t) (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_0(t) - (k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e_i(t)) \\ &= \sigma_i^T(t) \left(f(x_i(t)) - f(x_0(t)) - (k + \frac{\dot{\mu}}{\mu})\sigma_i(t) - k_1 \|\tilde{x}_i(t)\| \text{sign}(\sigma_i(t)) - k_2 \text{sign}(\sigma_i(t)) + w_i(t) - w_0(t) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

根据假设 1 可得

$$\begin{aligned} \sigma_i^T(t) (f(x_i(t)) - f(x_0(t))) &\leq \rho_1 \|x_i(t) - x_0(t)\| \|\sigma_i(t)\| = \rho_1 \|\tilde{x}_i(t)\| \|\sigma_i(t)\| \\ \sigma_i^T(t) (w_i(t) - w_0(t)) &\leq (D + F) \|\sigma_i(t)\|_1 \end{aligned} \quad (10)$$

结合条件 (7), 等式 (9) 可以写成

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) &\leq -(k + \frac{\dot{\mu}}{\mu}) \|\sigma_i(t)\|^2 \\ &\leq -2kV_i(t) - 2\frac{\dot{\mu}}{\mu} V_i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

根据引理 1 可得

$$V_i(t) \leq \mu^{-2} e^{-2kt} V_i(0), \quad t \in [0, t_1) \quad (12)$$

当 $t \rightarrow t_1^-$ 时, $\mu^{-2} \rightarrow 0$, 我们就有 $\|\sigma_i(t)\| \rightarrow 0$. 因此, 多智能体系统 (4) 可以在指定时间 t_1 内到达滑模面.

对于 $t \in [t_1, \infty)$, 由 $e_i(t)$ 的定义可得 $e(t) = -((L+B) \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{x}$, 其中: $e(t) = (e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t))^T$. 由定理 1 可知, $\dot{\tilde{x}}(t) = (k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e(t)$, 其中: $\tilde{x}(t) = (\tilde{x}_1^T(t), \tilde{x}_2^T(t), \dots, \tilde{x}_N^T(t))^T$. 我们记 $L+B = \mathbf{H}$ 并定义 $\tilde{V}(t) = \frac{1}{2} e^T(t) e(t)$. 对

$\tilde{V}(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{V}}(t) &= -e^T(t)(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n)\dot{\tilde{x}}(t) \\ &\leq -\left(k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}\right)\lambda_{\min}(\mathbf{H})\|e(t)\|^2 \\ &= -2k\lambda_{\min}(\mathbf{H})\tilde{V}(t) - 2\lambda_{\min}(\mathbf{H})\frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}\tilde{V}(t)\end{aligned}\quad (13)$$

基于引理 1 可知, 当 $t = T_1$ 时可得 $\tilde{V}(T_1) = 0$. 因此, $e(T_1) = 0$. 根据假设 2 中网络拓扑图 G 包含至少以一个领导者为根节点的有向生成树, 可知矩阵 \mathbf{H} 是可逆的. 所以 $\lim_{t \rightarrow T_1} \tilde{x}(t) = 0$. 由上述证明我们就可以得到在指定时间 T_1 内系统达到一致.

值得注意的是, 控制器 (6) 中使用了时变控制增益 $\frac{\dot{\mu}}{\mu}$ 和 $\frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}$. 根据其定义, 当 $t \rightarrow t_1$ 与 $t \rightarrow t_1 + T$ 时, 它们分别是无界的. 在实际应用中, 控制输入 $u_i(t)$ 需要保持有界. 因此, 我们分以下两种情况讨论 $u_i(t)$ 的有界性.

(i) 当 $t \rightarrow t_1$ 时, 由定义知 $-k_1\|\tilde{x}_i(t)\|\text{sign}(\sigma_i(t))$ 和 $-k_2\text{sign}(\sigma_i(t))$ 是有界函数. 由于 $e_i(t)$ 和 $k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}$ 是连续函数, 则 $(k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e_i(t)$ 在有界区间内是有界的. 因此, 讨论 $u_i(t)$ 的有界性, 我们只需验证 $\frac{\dot{\mu}}{\mu}\sigma_i(t)$ 是有界的. 已知 $0 < \mu^{-1}, \mu^{\frac{1-h}{h}} \leq 1, 0 < e^{-kt} \leq 1$, 由于 $\|\sigma_i(t)\| \leq \mu^{-1}e^{-kt}\|\sigma_i(0)\|$, 则 $\|\frac{\dot{\mu}}{\mu}\sigma_i(t)\| \leq \frac{h}{T}\mu^{\frac{1}{h}}\|\sigma_i(t)\| \leq \frac{h}{T}\mu^{\frac{1-h}{h}}e^{-kt}\|\sigma_i(0)\| \leq \frac{h}{T}\|\sigma_i(0)\|$, 故 $\frac{\dot{\mu}}{\mu}\sigma_i(t)$ 是有界的. 综上所述, 当 $t \rightarrow t_1$ 时, $u_i(t)$ 是有界的.

(ii) 当 $t \rightarrow t_1 + T$ 时, 由于 $t > t_1$ 时, $u_i(t)$ 只有 $(k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e_i(t)$ 这一项, 类似于上述分析可得 $(k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1})e_i(t)$ 是有界函数. 因此, 当 $t \rightarrow t_1 + T$ 时, $u_i(t)$ 是有界的.

下面我们将上述结果推广到一般有向网络拓扑上.

定理 2 考虑多智能体系统 (4), 若假设 1 和假设 3 成立, 且控制器 (6) 中的参数 k, k_1, k_2 满足下列条件

$$k > 0, \quad k_1 \geq \rho_1, \quad k_2 \geq D + F \quad (14)$$

则多智能体系统 (4) 在控制器 (6) 下指定时间内达到一致.

证明 对于 $t \in [t_0, t_1)$, 类似于定理 1 的分析, 我们可以得到多智能体系统 (4) 在指定时间 t_1 内到达滑模面.

对于 $t \in [t_1, \infty)$, 我们记 $L + B = \mathbf{H}$. 由假设 3 可知, 矩阵 \mathbf{H} 是不对称的, 则存在矩阵 $\mathbf{P} > 0$ 使得 $\mathbf{P}\mathbf{H} + \mathbf{H}^T\mathbf{P} = \mathbf{Q} > 0$. 设 $\hat{V}(t) = e^T(t)(\mathbf{P} \otimes \mathbf{I}_n)e(t)$, 对 $\hat{V}(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned}\dot{\hat{V}}(t) &= -2e^T(t)(\mathbf{P} \otimes \mathbf{I}_n)(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n)\dot{\tilde{x}}(t) \\ &\leq -\left(k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}\right)((\mathbf{P}\mathbf{H} + \mathbf{H}^T\mathbf{P}) \otimes \mathbf{I}_n)\|e(t)\|^2 \\ &\leq -\left(k + \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}\right)\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\|e(t)\|^2 \\ &\leq -k\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}\hat{V}(t) - \frac{\dot{\mu}_1}{\mu_1}\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}\hat{V}(t)\end{aligned}\quad (15)$$

基于引理 1 可知, 当 $t = T_1$ 时可得 $\hat{V}(T_1) = 0$. 因此, $e(T_1) = 0$. 因为矩阵 \mathbf{Q}, \mathbf{P} 是可逆的, 所以 $\lim_{t \rightarrow T_1} \tilde{x}(t) = 0$. 由上述证明我们就可以得到在指定时间 T_1 内系统达到一致.

注 1 定理 1 考虑的是一般无向网络拓扑上多智能体系统的指定时间一致性问题. 与定理 1 相比, 定理 2 考虑的是一般有向网络拓扑, 由于矩阵 \mathbf{H} 是不对称的, 需要选择正定矩阵 \mathbf{P} 使其对称化.

3 数值仿真

为了说明控制协议的有效性, 我们给出如下的数值算例.

例 1 考虑具有一个领导者和四个跟随者的多智能体系统 (4), 领导者与跟随者之间的无向拓扑如图 1(a) 所示. 非线性函数定义为

$$f(x_i(t)) = \begin{pmatrix} -x_{i1}(t) + 2g(x_{i1}(t)) - 1.2g(x_{i2}(t)) \\ -x_{i2}(t) + 1.2g(x_{i1}(t)) + 2g(x_{i2}(t)) \end{pmatrix}, \quad i = 0, 1, \dots, 4.$$

其中: $g(x_{ij}(t)) = 0.5(|x_{ij}(t) + 1| - |x_{ij}(t) - 1|) + 0.01 \text{sign}(x_{ij}(t))$, $i = 0, 1, \dots, 4, j = 1, 2$. 系统的外部干扰为 $w_{01}(t) = w_{02}(t) = 0.05 \sin(t) + 0.1 \cos(t)$, $w_{11}(t) = w_{12}(t) = 0.05 \sin(t) + 0.1 \cos(t)$, $w_{21}(t) = w_{22}(t) = 0.05 \sin(t) + 0.1 \cos(t)$, $w_{31}(t) = w_{32}(t) = 0.05 \sin(t)$, $w_{41}(t) = w_{42}(t) = 0.1 \cos(t)$ 并且满足 $\|w_0(t)\|_\infty \leq 0.2$, $\|w_i(t)\|_\infty \leq 0.2, i = 1, 2, 3, 4$. 通过简单计算, 我们选取控制参数为 $k = 0.01$, $k_1 = 6.8$, $k_2 = 8.5$, $h = 1.5$, 由此定理 1 的条件都成立. 数值模拟结果如图 2~5 所示, 图 2 和图 4 描述的是无控制下系统的状态与滑模变量的状态, 图 3 和图 5 分别描述的是在控制协议 (6) 下, 智能体的状态以及滑模变量的状态. 显然多智能体系统可以在指定时间内到达滑模面并实现一致.

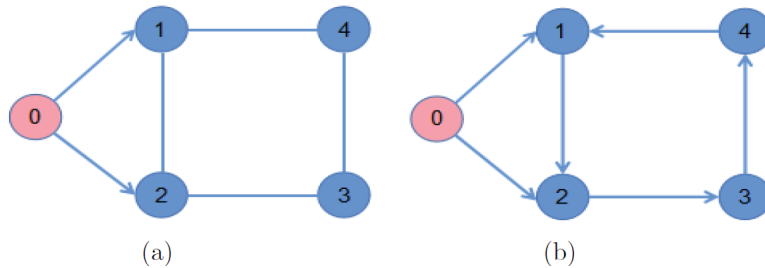


图 1 通讯拓扑图

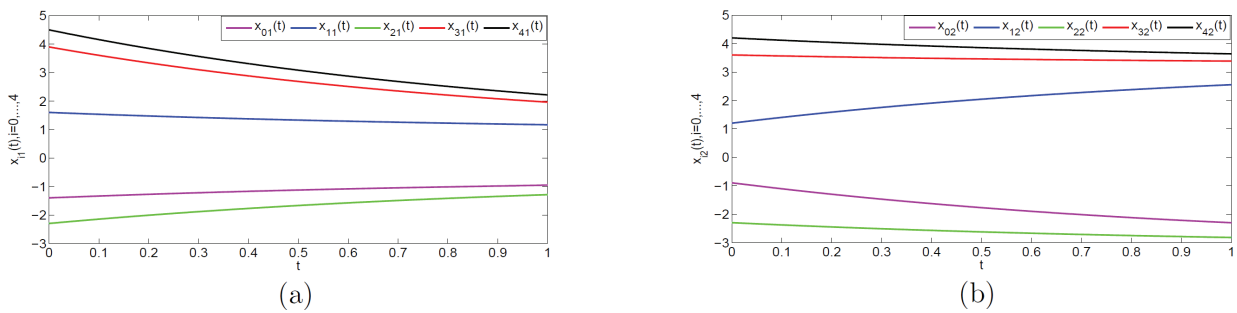


图 2 无控制下智能体的状态轨迹

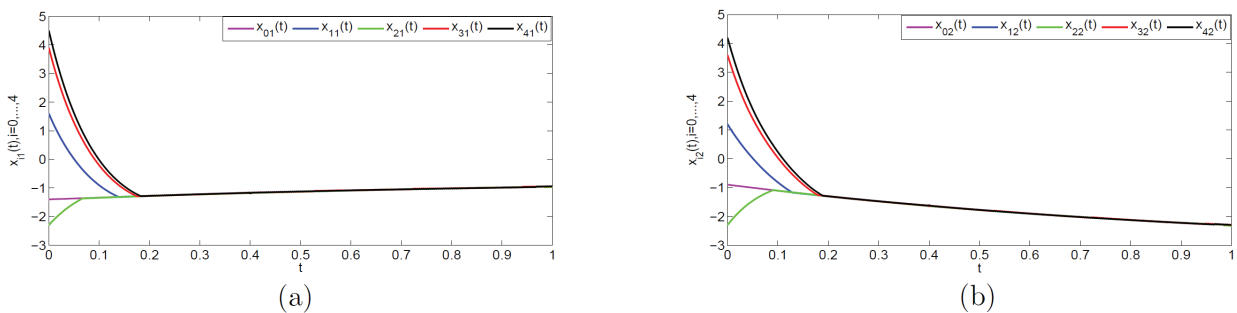


图 3 在控制协议 (6) 下智能体的状态轨迹

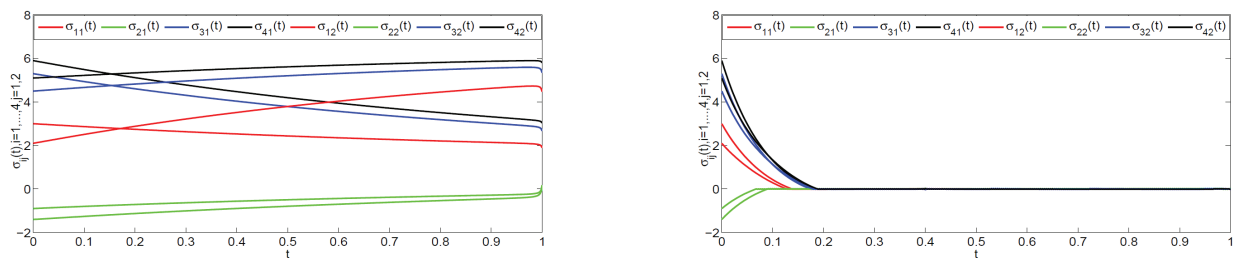


图 4 无控制下滑模变量的状态

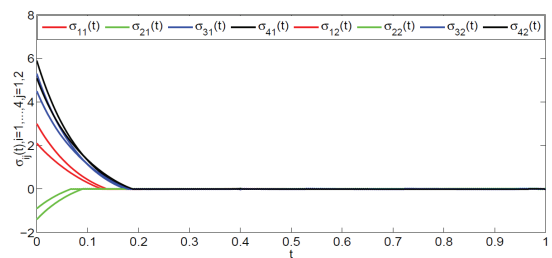


图 5 在控制协议 (6) 下滑模变量的状态

例 2 考虑具有一个领导者和四个跟随者的多智能体系统 (4), 领导者与跟随者之间的有向拓扑如图 1(b) 所示. 非线性函数 $f(x_i, v_i, t)$ 和系统外部干扰与例 1 中的相同. 我们选取控制参数为 $k = 0.01$, $k_1 = 2.8$, $k_2 = 3.5$, $h = 1.7$, 通过简单计算, 定理 2 的条件都成立. 数值模拟结果如图 6~9 所示, 图 6 和图 8 描述的是无控制下系统的状态与滑模变量的状态, 图 7 和图 9 分别描述的是在控制协议 (6) 下, 智能体的状态以及滑模变量的状态. 显然, 多智能体系统也可以在指定时间内到达滑模面并实现一致.

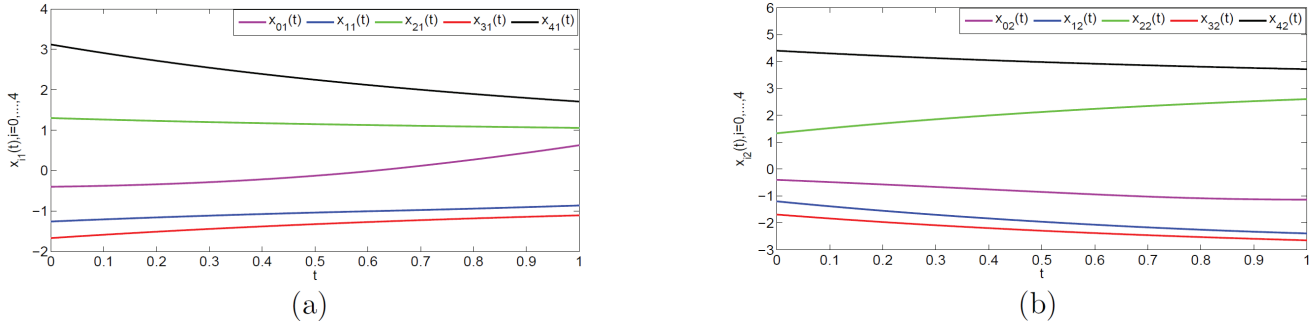


图 6 无控制下智能体的状态轨迹

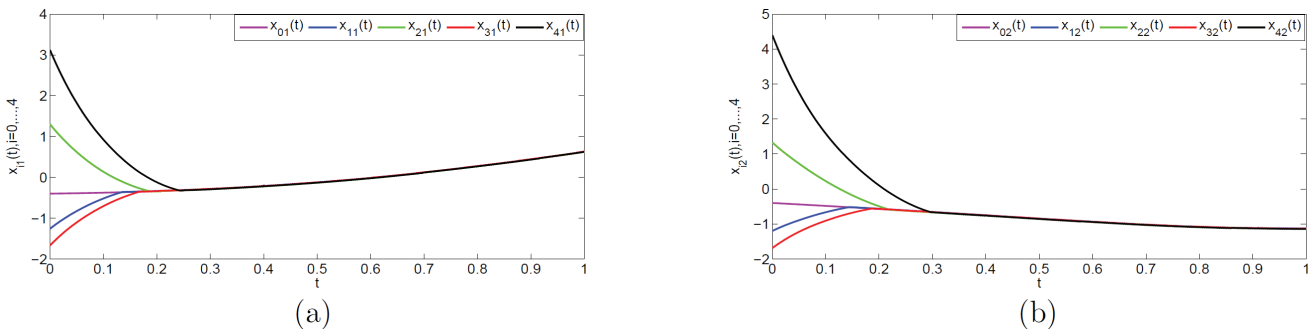


图 7 在控制协议 (6) 下智能体的状态轨迹

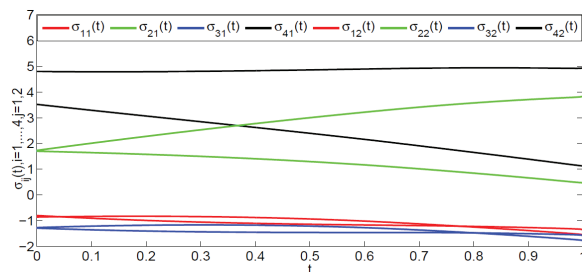


图 8 无控制下滑模变量的状态

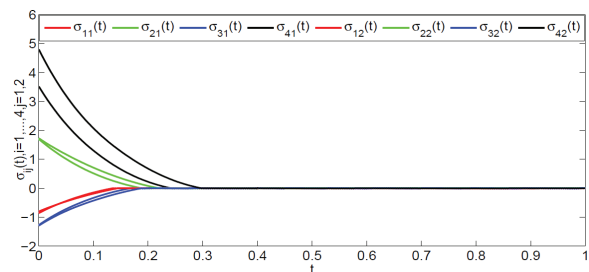


图 9 在控制协议 (6) 下滑模变量的状态

4 结论

本文研究了无向和有向网络上的多智能体系统指定时间一致性问题. 基于滑模控制理论, 我们设计了新型的积分滑模面并提出了新的控制协议. 利用 Lyapunov 稳定理论和不等式放缩技巧, 证明了多智能体系统可以在指定时间内达到滑模面并实现一致, 并给出两个数值算例来验证理论结果的有效性. 在未来的工作中, 我们将考虑高阶多智能体系统的指定时间一致性问题.

参考文献:

- [1] HALAKARNIMATH B S, SUTAGUNDAR A V. Multi-agent-based acoustic sensor node deployment in underwater acoustic wireless sensor networks[J]. Journal of Information Technology Research, 2020, 13(4): 136-155.

- [2] PUTRA S A, TRILAKSONO B R, RIYANSYAH M, et al. Intelligent sensing in multiagent-based wireless sensor network for bridge condition monitoring system[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2019, 6(3): 5397-5410.
- [3] GORODETSKIY A E, KURBANOV V G, TARASOVA I L. Formation of images based on the sensor data of robots[J]. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2020, 30(4): 711-715.
- [4] MEI R. Disturbance observer-based coordinated control for three dimensional formation of unmanned autonomous helicopter[J]. *Assembly Automation*, 2019, 40(1): 155-162.
- [5] WANG Z P, WANG L, ZHANG H, et al. Distributed regular polygon formation control and obstacle avoidance for non-holonomic wheeled mobile robots with directed communication topology[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2020, 14(9): 1113-1122.
- [6] YU Z Y, YU S Z, JIANG H J. Consensus of multi-agent systems with directed intermittent communications[J]. *Journal of Xinjiang University(Natural Science Edition in Chinese and English)*, 2021, 38(3): 257-268+284.
- [7] SHARIFI M, YAZDANPANA M J. Finite-time consensus of nonlinear multi-agent systems in the presence of communication time delays[J]. *European Journal of Control*, 2020, 53: 10-19.
- [8] BOOMIPALAGAN K, RATHINASAMY S, LI Y Y, et al. Non-fragile control protocol for finite-time consensus of stochastic multi-agent systems with input time-varying delay[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2020, 11(2): 325-337.
- [9] WEI X J, JIANG H J, YU Z Y. Event-based fixed-time bipartite consensus for multi-agent systems with time delay and interference[J]. *Journal of Xinjiang University(Natural Science Edition in Chinese and English)*, 2021, 38(6): 641-654.
- [10] WANG Y J, SONG Y D, HILL D J, et al. Prescribed-time consensus and containment control of networked multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1138-1147.
- [11] GE S Y, ZHOU Y J, JIANG G P, et al. Prescribed-time leader-following consensus tracking control for second-order multi-agent systems[C]. *Hangzhou: 2019 Chinese Automation Congress(CAC)*, 2019: 945-950.
- [12] REN C E, CHEN C L. Sliding mode leader-following consensus controllers for second-order non-linear multi-agent systems[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(10): 1544-1552.
- [13] JIANG Y L, LIU J C, WANG S Q. Robust integral sliding-mode consensus tracking for multi-agent systems with time-varying delay[J]. *Asian Journal of Control*, 2016, 18(1): 224-235.
- [14] ZHAO L, YU J P, LIN C, et al. Distributed adaptive fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent systems using modified terminal sliding mode[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2017, 312: 23-35.
- [15] ZHAO B R, PENG Y J, SONG Y N, et al. Sliding mode control for consensus tracking of second-order nonlinear multi-agent systems driven by Brownian motion[J]. *Science China Information Sciences*, 2018, 61(7): 147-154.

责任编辑: 赵新科